

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: 0i27WK6Ps9Q4hCRGtXF8ujIGVP5wz5Ub
Дата: 25.03.2025 г.

М. В. Петрова

Математический анализ

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Образовательная программа:

Прикладное машинное обучение

Профиль

Прикладное машинное обучение

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №55 от 20.05.2025)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол №10 от 28.04.2025)*

Москва 2025

Содержание

Наименование разделов РПД		Стр.
1.	Наименование дисциплины	5
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	5
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	6
4.	Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	6
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	6
5.1.	Содержание дисциплины	6
5.2.	Учебно-тематический план	11
5.3.	Содержание семинаров, практических занятий	13
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для	20

	самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	21
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	23
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	26
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	34
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	36
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	36
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных	38

	справочных систем	
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	39

1. Наименование дисциплины

«Математический анализ».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения
ПКН-2	Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля	Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях.	Знать: основные математические модели и методы решения задач математического анализа. Уметь: решать типовые задачи математического анализа.
		Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи.	Знать: основные алгоритмы и приемы исследования с использованием методов математического анализа. Уметь: адаптировать математические модели задачи, используя понятия и методы математического анализа.
		Владеет методологией математического моделирования	Знать: методологию математического моделирования.

		для решения профессиональных задач.	Уметь: формировать математическую модель для решения задачи.
--	--	-------------------------------------	--

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к «Циклу математики и информатики»

4. Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	9/324	144	180
Контактная работа - Аудиторные занятия	136	50	86
<i>Лекции</i>	50	16	34
<i>Семинары, практические занятия</i>	86	34	52
Самостоятельная работа	188	94	94
Вид текущего контроля	Контрольная работа; Контрольная работа;	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет; Экзамен;	Зачет	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций

Действительные числа и их свойства. Числовые множества. Ограниченные числовые множества. Границы числовых множеств. Теорема о существовании точных граней ограниченного числового множества.

Числовые функции. Область определения и множество значений функции. Ограниченные функции. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции. Свойства функций.

Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Критерий сходимости Коши. Признак сходимости монотонной последовательности. Число e . Теорема Кантора о вложенных отрезках.

Предел функции. Определение сходимости по Гейне и по Коши. Односторонние пределы функции. Связь между односторонними пределами функции и пределом функции. Предел функции в бесконечности, бесконечные пределы. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые. Свойства бесконечно малых функций. Символ $o(f)$. Эквивалентные бесконечно малые. Бесконечно большие функции.

Непрерывность функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Определение и классификация точек разрыва. Асимптоты графика функции.

Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Свойства непрерывных функций: теорема об устойчивости знака непрерывной функции; теорема о промежуточных значениях; теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке; наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Дифференцируемость функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность. Дифференциал.

Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Теорема о производной сложной функции. Логарифмическая производная. Производная неявно заданной функции. Эластичность, свойства эластичности. Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Правило Лопиталя.

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные формулы. Использование формулы Маклорена для вычисления пределов.

Исследование функций. Признак монотонности функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Выпуклость. Точки перегиба. Наибольшие и наименьшие значения.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Свойства расстояния в n -мерном евклидовом пространстве R^n . Окрестность точки. Внутренние, граничные, предельные точки. Открытые и замкнутые множества в пространстве R^n . Ограниченные множества.

Функции нескольких переменных. Сходимость последовательности точек в пространстве R^n . Предел функции нескольких переменных.

Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций нескольких переменных. Свойства функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве.

Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал

функции нескольких переменных.

Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях.

Производная по направлению. Градиент, свойства градиента.

Эластичность функции нескольких переменных.

Частные производные, дифференциалы высших порядков. Формула

Тейлора для функции нескольких переменных.

Локальный экстремум функции нескольких переменных.

Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции

на замкнутом ограниченном множестве.

Неявные функции. Вычисление частных производных неявно

заданной функции.

Условный экстремум. Метод неопределенных множителей

Лагранжа. Необходимые и достаточные условия условного

экстремума.

Выпуклые множества в пространстве R^n . Выпуклые функции

нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие

выпуклости. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о

глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о

достижении выпуклой функцией глобального экстремума в

стационарной точке.

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функции. Теорема об общем виде первообразной.

Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

Таблица основных интегралов. Методы интегрирования:

непосредственное интегрирование, метод замены переменной,

метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование

некоторых классов иррациональных функций. Интегрирование

некоторых классов трансцендентных функций.

Определенный интеграл Римана. Геометрический смысл

определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.

Необходимое условие интегрируемости функции.

Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его

свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены

переменной и интегрирования по частям в определенном

интеграле.

Геометрические приложения определенного интеграла: длина

дуги, площадь плоской фигуры, объемы тел вращения и площади поверхностей. Экономические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Сходимость и расходимость несобственных интегралов. Свойства несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

Множества, измеримые по Жордану. Мера Жордана ограниченных множеств R_n .

Определение и существование двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Определение тройного интеграла. Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в n -кратном интеграле. Полярные, сферические и цилиндрические координаты. Геометрические приложения кратных интегралов.

Кратные несобственные интегралы. Интеграл Эйлера-Пуассона.

Длины плоских и пространственных кривых. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.

Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов. Приложение криволинейных интегралов второго рода – вычисление площади с помощью формулы Грина.

Тема 6. Числовые ряды

Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда.

Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.

Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно

сходящихся рядов. Теорема Римана для условно сходящихся рядов. Арифметические операции над сходящимися рядами. Определение знакочередующегося ряда. Признак Лейбница. Признак Дирихле. Признак Абеля.

Тема 7. Функциональные последовательности и ряды

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Равномерная сходимость.

Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.

Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Теорема о разложимости бесконечно дифференцируемой функции в ряд. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.

Тема 8. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.

Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Признак Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения.

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Свойства собственных интегралов, зависящих от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Интеграл Фурье. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций.

Тема 9. Эйлеровы интегралы

Эйлеровы интегралы первого и второго рода, их свойства. Формула связи эйлеровых интегралов первого и второго рода.

Основные формулы для эйлеровых интегралов первого и второго рода. Логарифмическая производная Гамма-функции.

Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма- и Бета-функций.

5.2. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	42	18	6	12	24
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	28	12	4	8	16
3	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	50	20	6	14	30
4	Интегральное	38	16	6	10	22

	исчисление функции одной переменной					
5	Интегральное исчисление функции нескольких переменных	44	20	8	12	24
6	Числовые ряды	32	14	6	8	18
7	Функциональные последовательности и ряды	26	10	4	6	16
8	Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	38	16	6	10	22
9	Эйлеровы интегралы	26	10	4	6	16
	Итого	324	136	50	86	188

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	Действительные числа и их свойства. Числовые множества. Ограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема о	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	существовании точных граней ограниченного числового множества. Числовые функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Предел числовой последовательности. Вычисление пределов последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Теорема Вейерштрасса. Вычисление пределов функций с помощью: определения; теорем о свойствах пределов. Односторонние пределы функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Бесконечно малые эквивалентные. Непрерывность функции в точке. Исследование точек разрыва функции. Асимптоты к графику функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.2.4.]	
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Производная функции. Правила дифференцирования. Логарифмическая производная. Геометрический	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по

	смысл производной. Эластичность функции. Производная неявной функции. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Разложение функций по формуле Тейлора (Маклорена). Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Маклорена. Локальные экстремумы функций. Нахождение промежутков выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке. Исследование функций и построение графиков. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.2.4.]	тематике занятия
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Открытые и замкнутые множества. Ограниченные множества. Сходимость последовательности точек. Функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Пределы и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	дифференциалы первого и второго порядков. Производная сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Однородные функции. Формула Эйлера. Градиент. Производная по направлению. Неявные функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных: метод исключения переменных, метод Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума. Достаточное условие условного экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом ограниченном множестве. Выпуклые функции нескольких переменных. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Глобальный экстремум выпуклых (вогнутых) функций на выпуклом множестве. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.2.4.]	
Интегральное исчисление функции одной переменной	Неопределенный интеграл: метод непосредственного интегрирования, замена переменной,	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по

	интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функции. Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов: с использованием замены переменной, методом интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции и объема тела вращения. Экономические приложения определённого интеграла.Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.1.3.], [8.2.3.]	решению задач по тематике занятия
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному.	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике

	Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл. Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в кратном интеграле. Применение полярных, сферических и цилиндрических координат. Геометрические приложения кратных интегралов. Кратные несобственные интегралы. Вычисление длин кривых, заданных параметрически. Криволинейные интегралы первого рода и второго рода. Формула Грина. Интегрирование полных дифференциалов. Приложение криволинейных интегралов второго рода – вычисление площади с помощью формулы Грина. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.1.3.], [8.2.1.], [8.2.2.]	занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Числовые ряды	Исследование сходимости и нахождение сумм числовых рядов, исходя из определения. Применение необходимого условия сходимости. Исследование сходимости числовых рядов с	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	неотрицательными членами с помощью признаков сравнения, с помощью признака Даламбера и Коши, интегрального признака. Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов. Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.1.3.], [8.2.1.], [8.2.2.]	
Функциональные последовательности и ряды	Предельные функции функциональных последовательностей. Сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Область сходимости и абсолютной сходимости функционального ряда. Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Сумма степенного ряда. Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	Разложение функций в ряд Тейлора с использованием стандартных разложений. [8.1.1.], [8.1.2.], [8.2.1.], [8.2.3.]	
Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье и построение графиков суммы рядов Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения. Равенство Парсеваля. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Интегралы, зависящие от параметра, их свойства. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Представление четных и нечетных функций интегралов Фурье. [8.2.1.], [8.2.2.]	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Эйлеровы интегралы	Эйлеровы интегралы первого и второго рода, их свойства. Формула понижения. Формула дополнения. Производная Гамма-функции. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. [8.2.1.], [8.2.2.], [8.2.3.]	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	Свойства основных элементарных функций. Функции спроса и предложения в экономике. Равновесная цена. Функции полного дохода и полных затрат. Паутинная модель рынка. Простые и сложные проценты. Теорема о сохранении знака непрерывной функции. Равномерная непрерывность.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Функции спроса и предложения. Издержки и точки безубыточности. Уравнение касательной к графику функции. Задача о распределении налогового бремени. Задачи оптимизации в экономике.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Равномерная непрерывность. Многофакторные производственные функции. Изокванты. Функции полезности. Предельная полезность,	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

	предельная норма замещения. Эластичность функции Кобба-Дугласа. Теорема Куна-Таккера. Метод наименьших квадратов.	
Интегральное исчисление функции одной переменной	Экономические приложения определенного интеграла. Интеграл Стильеса.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Существование двойного интеграла. Формула замены переменной в двойном интеграле. Поверхностные интегралы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Числовые ряды	Ряды с комплексными членами. Ряды из матриц.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Функциональные последовательности и ряды	Равномерная сходимость. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям. Ряды с комплексными членами, круг сходимости.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	Частичные суммы ряды Фурье абсолютно интегрируемых функций. Формула Дирихле. Комплексная форма ряда и интеграла Фурье.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

Эйлеровы интегралы	Продолжение Гамма-функции на отрицательные значения аргумента. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Постоянная Эйлера.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
--------------------	---	--

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий для контрольной работы (1 семестр)

1. Дайте определение функции и двух переменных, непрерывной

Является ли функция $f(x) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ непрерывной в точке $(0; 0)$?

Ответобснуйте.

2. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+2x-3}{x^2+3x}$.

3. Найдите асимптоты графика функции $f(x) = \sqrt{25x^2 + 20x + 16} - 3x$.

4. Найдите промежутки монотонности и точки локальных экстремумов функции

$$f(x) = \sqrt[3]{x^5(x-9)^4}.$$

5. Найдите первый и второй дифференциалы функции $f(x) = (5x + 6y + 3) \cos 2x$ в точке $A(0; 3)$.

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$$f(x; y) = 18 - (x - 3)^2 - (y - 5)^2 \text{ на множестве } ABCD, \text{ где}$$

$A(0; 0), B(9; 0), C(9; 10), D(0; 10).$

Примерный перечень вопросов к контрольной работе (1 семестр) :

1. Предел числовой последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
2. Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
3. Определение функции, непрерывной в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
4. Асимптоты графика функции.
5. Производная функции в точке. Логарифмическая производная. Эластичность функции. Дифференциал функции.
6. Признак монотонности дифференцируемой функции.
7. Локальный экстремум функции одной переменной. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной. Достаточное условие локального экстремума функции одной переменной.
8. Точка перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
9. Пределы функции нескольких переменных. Непрерывность функций нескольких переменных.
10. Частные производные функций нескольких переменных. Дифференциалы функций нескольких переменных. Производная по направлению.
11. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие локального экстремума функций нескольких переменных. Достаточное условие локального экстремума функций нескольких переменных.
12. Условный экстремум. Метод Лагранжа.

13. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.

Примеры заданий для контрольной работы (2 семестр)

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{-3x^2 + 4x + 8}{x^3 - 2x^2} dx$.

2. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L xy^2 dl$ вдоль ломаной

где $A(1; 4), B(4; 4), C(8; 6)$.

3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 4}{(n+2)9^{n+1}}$.

4. Найти радиус, интервал и область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3 + 4)4^n (x+1)^n}{(n+1)!}$.

5. Разложить в тригонометрический ряд Фурье 2π – периодическую функцию

$f(x) = \begin{cases} 6x + 1, & x \in (-\pi; \pi), \\ 0, & x = \pm\pi \end{cases}$. Исследовать ряд на сходимость.

Изобразить графики функции $f(x)$ и суммы ряда $S(x)$.

6. Используя эйлеровы интегралы, вычислить интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[4]{x^2(3-x)^2}}$.

Примерный перечень вопросов контрольной работы (2 семестр) :

1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: интегрирование по частям, метод замены, интегрирование различных классов функций.

2. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы функции одной переменной.

3. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу. Кратные несобственные интегралы. Тройные интегралы.

4. Длина кривой. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина.

5. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки сравнения, признак Даламбера и Коши, интегральный признак для числовых рядов с неотрицательными членами. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Признак Дирихле.
6. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Предельная функция последовательности.
7. Сходимость, абсолютная сходимость, область сходимости функционального ряда.
8. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в ряд Маклорена.
9. Тригонометрический ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций.
10. Эйлеровы интегралы первого и второго рода.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2.
Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ПКН-2 Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля

- 1) Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях.**

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основные математические модели и методы решения задач математического анализа.

Уметь: решать типовые задачи математического анализа.

Типовые контрольные задания

1. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 \ln \left(\cos \frac{\pi}{x} \right) \right)$.

2. Найдите точки разрыва функции $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 40}{|x + 8|(x^2 + 2x - 35)}$ и определите их типы.

3. Исследуйте на условный экстремум функцию $u = x^2 + y^2$

4. Вычислите двойной интеграл $\iint_G x dx dy$ по области G ,

ограниченной линиями $y = x^3$, $x + y = 2$, $x = 0$.

5. Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+6)^n}{n^2 + 4}$.

2) Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основные алгоритмы и приемы исследования с использованием методов математического анализа.

Уметь: адаптировать математические модели задачи, используя понятия и методы математического анализа.

Типовые контрольные задания

1. Обоснуйте правило 70 : если ежегодно вклад увеличива-
то время, необходимое для его удвоения, приближенно равно $\frac{70}{i}$.
2. Вычислите криволинейный интеграл по замкнутому контуру $\oint_L (2x + y) dl$, где L – контур треугольника ABO
с вершинами $A(1; 0)$, $O(0; 0)$, $B(0; 2)$.
3. Выясните, сходится ли абсолютно, условно
или расходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{10n-5}$.
4. Используя эйлеровы интегралы, вычислить интеграл $\int_{-2}^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-x)(2+x)^2}}$.

3) Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: методологию математического моделирования.

Уметь: формировать математическую модель для решения задачи.

Типовые контрольные задания

1. Функция спроса имеет вид $D(p) = 11 - 4p$, функция предложения $S(p) = 3p + 3$.

Вычислить эластичность спроса в точке рыночного равновесия.

Как изменится спрос при увеличении цены на 10% от равновесия?

2. Функция полезности имеет вид $f(x; y) = 2x - x^2 - 2y^2 + 8y + 3$.

Найдите оптимальное потребление при доходе $I = 18$, если

на первый и второй товар составляют соответственно p_x и p_y .

3. Разложите в ряд Фурье периодическую функцию

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -4 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \text{ с периодом } T = 8.$$

Примерные вопросы для подготовки к Зачету, Экзамену

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Определение числовой функции. Способы задания функций.
2. Понятие обратной функции. Понятие сложной функции.
3. Числовые последовательности. Предел последовательности.
4. Свойства пределов числовых последовательностей.
5. Вычисление пределов последовательностей.
6. Ограниченная последовательность.
7. Бесконечно малая последовательность. Свойства бесконечно малых последовательностей.
8. Бесконечно большая последовательность. Свойства бесконечно больших последовательностей.
9. Монотонные последовательности.

10. Предел функции в точке. Свойства пределов функций.
11. Вычисление пределов функций.
12. Бесконечно малая функция.
13. Бесконечно большая функция.
14. Первый замечательный предел.
15. Второй замечательный предел.
16. Односторонние пределы функции в точке.
17. Функция, непрерывная в точке.
18. Теорема о непрерывности сложной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Теорема о непрерывности элементарных функций.
19. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
20. Производная функции в точке.
21. Определение дифференцируемой функции в точке x_0 .
22. Определение дифференциала функции $f(x)$ в точке x_0 .
23. Правила дифференцирования.
24. Теорема о производной сложной функции. Теорема о производной обратной функции.
25. Геометрический смысл производной и дифференциала.
26. Уравнение касательной.
27. Определение эластичности функции.
28. Теорема Ролля.
29. Теорема Лагранжа.
30. Теорема Коши.
31. Теорема Лопиталя. Правило Лопиталя.
32. Производные и дифференциалы высших порядков.

33. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
34. Признак монотонности дифференцируемой функции.
35. Локальный экстремум функции одной переменной.
36. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной.
37. Достаточное условие локального экстремума функции одной переменной.
38. Точка перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба
39. Асимптоты графика функции.
40. Предел функции нескольких переменных.
41. Непрерывность функции нескольких переменных.
42. Частные производные функции нескольких переменных.
43. Дифференциал функции нескольких переменных.
44. Однородные функции. Формула Эйлера для однородной функции.
45. Производная сложной функции.
46. Производная по направлению.
47. Градиент. Свойства градиента.
48. Частные производные высших порядков.
49. Локальные экстремумы функций нескольких переменных.
50. Условный экстремум. Метод Лагранжа.
51. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Первообразная функции $f(x)$ на промежутке X .

2. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
6. Определенный интеграл Римана. Достаточное условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
7. Свойства определенного интеграла.
8. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
9. Формула Ньютона - Лейбница.
10. Формула замены переменной в определенном интеграле.
11. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
12. Несобственные интегралы с бесконечным верхним пределом, с бесконечным нижним пределом.
13. Несобственные интегралы от неограниченной функции на ограниченном промежутке.
14. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному.
15. Геометрические приложения кратных интегралов.
16. Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
17. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
18. Формула Грина.
19. Функциональная последовательность и функциональный ряд.

20. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве.
21. Равномерная сходимость функционального ряда.
22. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
23. Интегрируемость и дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости.
24. Ряды Тейлора (Маклорена). Достаточное условие разложимости функции в ряд Маклорена.
25. Разложение в ряд Маклорена стандартных функций.
26. Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций.
27. Ряды Фурье. Равенство Парсеваля. Признак Дирихле.
28. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения.
29. Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье.
30. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье.
31. Интеграл Фурье четных и нечетных функций.
32. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
33. Эйлеров интеграл первого рода $B(p; q)$, область сходимости, свойства.
34. Эйлеров интеграл второго рода $\Gamma(p)$, область сходимости, свойства.
35. Формула связи эйлеровых интегралов первого и второго рода.
36. Формула понижения. Формула дополнения.

Пример экзаменационного билета

1. (10 баллов) Сформулировать и доказать формулу Ньютона – Лейбница.

2. (10 баллов) Вычислить определенный интеграл $\int_{-8}^{-7} \frac{2x+2}{x^2-4x+3} dx$.

3. (10 баллов) Вычислить криволинейный интеграл $\oint_L (x+y) dz + (x-y) dy$,

где L – эллипс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

4. (10 баллов) Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi)}{n^{\frac{5}{3}}}.$$

5. (10 баллов) Найти радиус, интервал и область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-5) 5^n (x+1)^n}{(n-5)!}.$$

6. (10 баллов) Представить интегралом Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0, & x > 2\pi \end{cases}, \text{продолжая ее четным образом.}$$

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Математика в экономике. Ч. 2. Математический анализ : учебник для студ. экономич. специальностей вузов / А.С. Солодовников [и др.] 3-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика : Инфра-М , 2011 560 с. + Тираж 1000 экз. ISBN 978-5-279-03489-5 ISBN 978-5-16-004606-8
2. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 2: Математический анализ : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Бух. учет, анализ и аудит", "Финансы и кредит", "Налоги и налогообложение" и "Мировая экономика" / Е.Н. Орел [и др.] ; под ред. В.А. Бабайцева, В.Б. Гисина Москва : Финансы и статистика , 2017 368 с. + Тираж 500 экз. ISBN 978-5-279-03594-6
3. Интегральное исчисление. Числовые ряды. Практикум по дисциплине "Математический анализ" 2 семестр : для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика", (программа подготовки бакалавра) / Е.С. Волкова, М.В. Петрова ; Финуниверситет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий Москва : Финуниверситет , 2021 1 файл (925 Кб) (Бакалавр. Базовый курс) Доступ по паролю из сети Интернет (чтение, печать) (дата обращения 06.04.2021) + Текст (электронный

Дополнительная литература:

1. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Демидович Б. П. 26-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2024 624 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/426251> ISBN 978-5-507-47767-8
2. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. 15-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2025 656 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/448580> ISBN 978-5-507-52329-0

3. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. 18-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2025 800 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/449897> ISBN 978-5-507-50621-7

4. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. 19-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань , 2025 608 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/451835> ISBN 978-5-507-52475-4

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)

2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

3. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>

4. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>

5. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>

6. "Деловая онлайн библиотека" издательства "Альпина Паблишер" <http://lib.alpinadigital.ru/en/library>

7. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

8. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>

9. Библиотечно-информационный комплекс Финансового университета при Правительстве РФ <http://www.library.fa.ru>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры. Перед очередной лекцией необходимо посмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно обратиться к лектору или преподавателю на консультации.

Методические указания по проведению практических занятий . По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные. Учебные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы;
- 2) выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- 3) разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- 4) рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- 5) разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- 6) корректировка заданий для самостоятельной работы студентов;
- 7) интерактивная форма – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) – представляет собой решение списка задач, определенных преподавателем, в группе из небольшого количества студентов. В каждой группе есть «сильный» студент, который может выполнять функции консультанта и помощника преподавателю. Работа группы оценивается по количеству правильно решенных задач.

Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия контрольной работы каждого студента;
- 2) разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы;
- 3) проведение аудиторной контрольной работы;
- 4) интерактивная форма - групповое обсуждение под руководством преподавателя относительно самостоятельного раздела лекционного курса. Одновременно это и форма текущего контроля, разновидность массового опроса.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. Необходимо принести рекомендованную литературу. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов, анализов. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Контроль за выполнением домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования. Студентам, пропустившим занятия, рекомендуется не позже, чем в двухнедельный срок прийти на консультацию и отчитаться по теме пропущенного занятия.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по

дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

- Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Пакет офисных программ
3. Microsoft Office (Windows)

- Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета. - <http://portal.ufrf.ru>.
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
3. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
4. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
5. Информационно-правовая система «Гарант»
6. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

- Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы,

стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)